

Simulación de grandes vórtices de una capa límite turbulenta sobre una superficie rugosa

Large eddy simulation of a turbulent boundary layer developed on a rough surface

Gabriel Narancio^{a*}, José Cataldo^a, Gabriel Usera^a

^a Universidad de la República
Uruguay, Facultad de Ingeniería.
Montevideo – Uruguay.

*E-mail: gnaranci@fing.edu.uy

Palabras clave:
capa límite turbulenta;
simulación de grandes
vórtices; superficie rugosa.

Keywords:
environmental acoustics,
noise in structures,
aeroacoustics.

Resumen

El objetivo de este trabajo es obtener un procedimiento que permita generar de forma correcta el flujo de entrada tipo capa límite atmosférica a ser utilizado en simulaciones de grandes vórtices (LES) en ingeniería del viento. Se simulan mediante LES dos capas límites con diferente valor del parámetro de blending entre un esquema upwind y uno centrado. Estas simulaciones se hacen con el programa de código abierto para resolución de flujos de fluidos viscosos cffa3d.MBRi. Las simulaciones se hacen en un dominio prismático de 3,84 m por 3,84 m de base por 2 m de altura. Se imponen condiciones de periodicidad en las caras laterales, adherencia en la inferior y simetría en la superior. En la superficie inferior, mediante el método de condiciones de borde inmersas, se fija un arreglo de cubos que forman una rugosidad aerodinámica. Se utiliza una malla uniforme en la dirección del flujo y transversal con un paso de 0,01 m y variable en la vertical. En total la simulación utiliza 16515072 celdas. El paso temporal es de 0,01 s. Los resultados se analizan en base a las tensiones rasantes, el campo de velocidad, la turbulencia y el balance de energía cinética turbulenta. Se obtienen concordancias razonables con el flujo esperado. Por otro lado, se encuentran algunos problemas que se relacionan con la disipación numérica que agrega el código.

Abstract

The main objective of this work is to develop a procedure that correctly generates an atmospheric boundary layer to be used as an input in large eddy simulations (LES) of wind engineering problems. Two boundary layers were simulated employing different blending parameters of upwind and centered schemes. These simulations

were done with the *caffa3d.MBRI* open source viscous flow code. A prismatic domain 3,84 m long, 3,84 m wide and 2,00 m high was used. Periodic constraints were imposed on the lateral surfaces, no slip condition on the bottom surface and symmetry for the top surface. At the bottom surface, applying immersed boundary conditions, a fixed layout of cubes was used to simulate aerodynamic roughness. A uniform mesh was applied in the directions along wind and cross wind with mesh width of 0,01 m. In the vertical direction, the mesh width is variable. The simulation used 16 515 072 cells and a 0,01 s time step was applied. The results were analyzed based on shear stress, velocity field, turbulence and the balance of turbulent kinetic energy. The results obtained generally agree with expected values. On the other hand, problems related to numerical diffusion were found.

1 Introducción

La construcción de edificios altos o con formas inusuales requiere que se realicen ensayos en túnel de viento para evaluar diferentes aspectos: presiones sobre las fachadas, el comportamiento aeroelástico de la estructura, el nivel de confort y riesgo asociado al viento a nivel peatonal, ruido inducido por la interacción entre el viento y la estructura, entre otros aspectos. Para estos ensayos se utilizan túneles de viento tipo capa límite atmosférica, que cuentan con una zona aguas arriba de la ubicación del modelo a escala del complejo edificio en la que se genera el perfil del viento que incide sobre el modelo. El flujo incidente tiene que reproducir las características de la capa límite atmosférica desarrollada sobre el terreno circundante en la situación prototipo. Las características del viento dependen de la rugosidad de la superficie en la que este se desarrolla, cambiando no solo la forma del perfil de velocidad media, sino también aspectos de la turbulencia. La modelación numérica tiene el potencial de sustituir o complementar los estudios que se hacen en el túnel de viento, bajando costos y tiempos de realización. Para ello el método que tiene las características más adecuadas es la simulación de grandes vórtices, ya que en la mayoría de los casos es necesario obtener la evolución temporal de las magnitudes relevantes. Además, en la interacción del viento y edificios, se presentan fenómenos no estacionarios como desprendimientos de vórtices que convierten a LES en el método apropiado para el estudio de estos problemas. De la misma forma que en una simulación física se debe generar el perfil de velocidad incidente, también en una simulación numérica esto debe hacerse.

Los comienzos de la investigación en capa límite sobre superficies rugosas se remontan a los trabajos de Nikuradse (1933) y Colebrook y White (1937). Estos trabajos se enfocaron en efecto de la rugosidad sobre el flujo medio y lastensiones rasantes. Posteriormente, se realizaron trabajos destinados a comprender la estructura turbulenta de estos flujos, por ejemplo Perry y Joubert (1963), Bandyopadhyay (1987) y Krogstad, Almeida y Browne (1992). Raupach, Antonia y Rajagopalan (1991) publican la revisión, en la que concluyen que la estructura turbulenta de la capa exterior es sensiblemente independiente de la rugosidad a suficientemente altos números de Reynolds, a la cual llaman la hipótesis de similitud de pared. Luego varios trabajos en capas límite rugosa se concentran en evaluar esta hipótesis, por ejemplo Tachie, Bergstrom Balachandar (2000). Leonardi

et al. (2003), Bhaganagar, Kim y Coleman (2004) realizaron simulaciones numéricas directas (DNS) del flujo en un canal rugoso y Coceal et al. (2007) en capa límite. El interés en comprender estos flujos sigue vigente y eso puede apreciarse en publicaciones recientes (INAGAKI et al., 2017). Este interés radica en la necesidad de comprender mecanismos de transporte que son vitales en dispersión de contaminantes en ambientes urbanos, entre otros problemas.

El objetivo de este trabajo es evaluar una metodología para simular mediante LES capas límites desarrolladas sobre una superficie rugosa que permita generar condiciones de entrada al dominio principal de la simulación con las características correctas.

Para ello se analiza el flujo desde distintos puntos de vista. Se evalúa el campo de velocidades, la turbulencia, las características de la subcapa rugosa y el balance de energía cinética turbulenta.

2 Antecedentes

Las superficies reales son rugosas. La manera usual de caracterizar la rugosidad de la superficie es mediante el valor medio de la altura de las protuberancias h . Del punto de vista de la capa límite, la variable que define si una superficie actúa como una superficie lisa o rugosa es la relación de h respecto a la longitud viscosa δ_v . Si $h < 5\delta_v$, la superficie se considera aerodinámicamente lisa (RAUPACH; ANTONIA; RAJAGOPALAN, 1991). Si $5\delta_v < h$, la magnitud h y todas las otras longitudes que definen la geometría (L_i) de la superficie comienzan a ser relevantes. En una superficie rugosa no es trivial la definición del origen de la coordenada z . La presencia de los elementos de rugosidad desplazan el flujo alejándolo de la superficie, de manera que se puede considerar que el plano de origen está desplazado una distancia d llamada altura de desplazamiento nulo. Thom (1971) propuso calcular d de la manera siguiente:

$$d = \frac{\int_0^h z D_z(z) dz}{\int_0^h D_z(z) dz} \quad (1)$$

Donde D_z es la media de la fuerza de arrastre en la dirección del flujo por unidad de altura z . O sea que d es la altura donde se aplica la fuerza de arrastre media. Se cumple que $0 \leq d \leq h$ y $d = 0$ si la superficie es lisa. Aunque existen otras maneras de calcular d , esta es la más usada y tiene el respaldo de haber sido verificada experimentalmente (RAUPACH; ANTONIA; RAJAGOPALAN, 1991). En vista de lo anterior se define la coordenada $Z = z - d$.

Los elementos de rugosidad alteran el flujo de forma que en una región cercana a la pared y los elementos de rugosidad, se tiene un flujo altamente dependiente de la geometría de estos elementos. A esta región se la conoce como subcapa rugosa. Esta subcapa tiene una altura que va desde $2h$ hasta $5h$.

Es importante destacar que se tiene la misma estructura teórica que en una capa límite sobre una superficie lisa, es decir, se tienen dos zonas: una capa exterior y una interior. En la capa externa se tiene la ley de defecto de velocidad igual que en una capa límite sobre una superficie lisa (RAUPACH; ANTONIA; RAJAGOPALAN, 1991).

Lo que se modifica es la dependencia en la capa interior, donde aparecen nuevas variables. O sea que la velocidad media es una función de la forma

$$U = f(\rho, \mu, \tau_w, L_i, h, Z) \quad (2)$$

Eligiendo las variables básicas ($\rho, \mu, \gamma \tau_w$) se obtiene la relación adimensional.

$$\frac{U}{u^*} = \Phi_2(L_i^+, h^+, Z^+) \quad (3)$$

Donde $L_i^+ = \frac{L_i}{\delta_v}$ y $h^+ = \frac{h}{\delta_v}$

En la capa externa la dependencia es la misma que la habitual (RAUPACH; ANTONIA; RAJAGOPALAN, 1991). Si se tiene una separación de escalas externas e internas lo suficientemente grande, o sea que simultáneamente se cumpla $\delta/\delta_v \gg 1$, $\delta/h \gg 1$ y $\delta/L_i \gg 1$, se tendrá una zona en donde ambas expresiones (para la región interna y externa) serán válidas, dando origen a una capa de superposición análoga a la encontrada en una capa límite lisa. La expresión para la velocidad en la capa interna resulta:

$$u^+ = \frac{1}{\kappa} \ln(Z^+) + C(h^+, L_i^+) \quad (4)$$

$$\frac{U}{u^*} = \frac{1}{\kappa} \ln(\xi) + c(h^+, \sigma_i) \quad (5)$$

En el ambiente de la ingeniería del viento es usual expresar la relación 5 de la forma siguiente:

$$\frac{U}{u^*} = \frac{1}{\kappa} \ln\left(\frac{Z}{z_0}\right) \quad (6)$$

Donde la longitud de rugosidad z_0 es la longitud de rugosidad y esta relacionada con c .

Como se menciona anteriormente, cuando el número de Reynolds es alto y se alcanza la similitud de Reynolds, se pierde la dependencia de c con de h^+ , o sea que solo depende del tipo de rugosidad que se tenga.

Cuando la rugosidad es artificial, ya sea cubos montados sobre una superficie lisa o barras horizontales, es común definir la densidad de rugosidad λ como el cociente del área frontal de cada elemento y el área horizontal asignada a cada elemento. Se ha encontrado que z_0/h es una función de este parámetro λ .

La hipótesis de similitud de pared (RAUPACH; ANTONIA; RAJAGOPALAN, 1991) establece que "fuera de la subcapa rugosa o la viscosa, los movimientos turbulentos en una capa límite a números de Reynolds suficientemente altos son independientes de la rugosidad de la pared y de la viscosidad, excepto por el rol de la pared en fijar la escala de velocidad u^* , la altura $Z = z-d$ y la altura de la capa límite δ ". Evidencia que sustenta el uso de esta hipótesis se encuentra principalmente en el hecho de que la constante de Von Karman tiene sensiblemente el mismo valor para distintos tipos de rugosidad, desde superficies lisas hasta rugosidad de terrenos a nivel meteorológico.

3 Esquema numérico

3.1 Esquema del flujo a simular

El flujo que se va a simular tiene algunas particularidades que surgen de las posibilidades y limitaciones de la simulación numérica. Se propone simular un flujo en un dominio que es un prisma rectangular. Dentro de este prisma se aplica una densidad de fuerza de masa F_e constante paralela a una de sus aristas. En caras laterales se impone una condición de borde periódica, es decir, que todos los valores sobre una de estas caras son copiados en la opuesta. La cara inferior se elige para oficiar de superficie sobre la que se desarrolla la capa límite; en esta se impone la condición de borde de adherencia. En la cara superior, la condición de borde fijada es de simetría, o sea que no hay flujo a través de ella y la proyección de los gradientes de todas las propiedades del flujo en la dirección perpendicular a esta son nulos. Sobre la superficie donde se desarrollará la capa límite se ubica un arreglo de cubos impuestos mediante condiciones de borde inmersas. El flujo comienza su evolución desde el reposo, hasta alcanzar una condición estadísticamente estacionaria. En (COCEAL et al., 2006) se utiliza el mismo conjunto de condiciones de borde.

3.2 *caffa3d.MBRi*

Las simulaciones se realizan usando el programa *caffa3d.MBRi* desarrollado por el Grupo de Mecánica de Fluidos Computacional del IMFIA. El *caffa3d.MBRi* es un solver para flujos incompresibles. Es un programa de código abierto basado en el enfoque de volúmenes finitos escrito en Fortran 90. Los detalles del código pueden encontrarse en Usera, Vernet y Ferré (2008).

Es importante destacar una funcionalidad del *caffa3d.MBRi* que es utilizada en las simulaciones realizadas, esto es: condiciones de borde inmersas. Las condiciones de borde inmersas permiten representar sólidos inmersos en un flujo sin necesidad de adaptar la malla a la frontera sólida. Esto se logra imponiendo en las celdas que están dentro del sólido una fuerza de masa tal que logre que la velocidad sea la de este. Si el sólido está en reposo esta velocidad es nula. En caso de celdas que estén parcialmente dentro y parcialmente fuera del sólido se pondera la fuerza en relación con el volumen.

Para una explicación de los fundamentos matemáticos del método se recomienda ver (PESKIN, 2002).

3.3 Detalles de la simulación

Se fija de forma arbitraria la altura del canal en $H = 2 \text{ m}$. Para asegurar que se establezca una zona logarítmica se fija $h = 0,048 \text{ m}$ de manera de cumplir con el criterio $40h \leq H$ propuesto por Jiménez (2004).

El número de Reynolds de la simulación se elige de manera que el flujo sea completamente rugoso dinámicamente (o sea que se verifique la similitud de Reynolds), de forma que el valor de este no tenga influencia. Es por eso que se fija $u^* \approx 1 \text{ m/s}$. Con este valor se asegura que $h^+ \approx 3000$ sea lo suficientemente elevado. La tensión rasante sobre la superficie será $\tau_w \approx 1,2 \text{ kg/s}^2\text{m}$.

La fuerza por unidad de masa F_e es el parámetro que se fija en el modelo para lograr la velocidad deseada, de acuerdo a lo anterior se elige en $F_e = 0,5 \text{ m/s}^2$. O sea que $u^* \approx 1,0 \text{ m/s}$ como se quería. La longitud de rugosidad del perfil de velocidad media esperado con los parámetros impuestos $z_0 \approx 0,003 \text{ m}$. es La altura de desplazamiento nulo, se estima de acuerdo con (RAUPACH; ANTONIA; RAJAGOPALAN, 1991), de modo que $d \approx 0,036 \text{ m}$. En canales y tuberías, el parámetro de Coles $\Pi \approx 0$.

La componentes de la diagonal del tensor de Reynolds adimensionadas con u^* , $\frac{u'^2}{u^{*2}}$, $\frac{v'^2}{u^{*2}}$ y $\frac{w'^2}{u^{*2}}$ tienen un pico sobre la superficie del orden de 4, 2 y 1,2 respectivamente. O sea que $k \approx 3,6u^{*2}$.

El paso de la malla se fija en 0,01 m en los sentidos transversal y colineal al flujo y variable en altura de forma a asegurar que esta resolución permite a priori resolver el flujo hasta el comienzo del rango inercial.

El paso temporal se fija en 0,01 s con el mismo criterio que el paso de la malla, es decir, para resolver el flujo en todo el dominio hasta el comienzo del rango inercial.

Se limita a 16 la cantidad de regiones totales para poder trabajar en la cola SmallJobs del cluster de Facultad de Ingeniería. Con estas restricciones el dominio se conforma por 16 regiones de 96x96x112 celdas o sea 1032192 celdas por región y 16515072 celdas totales. Las 16 regiones tienen una sección horizontal cuadrada de 0,96 m de lado y 2 m de altura. Estas regiones se acomodan de manera de formar un prisma de 3,84 m x 3,84 m x 2 m.

4 Resultados

En este capítulo se presentan los resultados de dos simulaciones para las que se modifica el coeficiente de blending (**Cuadro 1**).

Cuadro 1 – Parámetros de las simulaciones

<i>Simulación</i>	<i>Coef. Blending</i>	<i>No. de iteraciones internas</i>	<i>Tiempo simulación</i>
CLIM46	0,7	10	44 s
CLIM49	0,95	10	38 s

Fuente: elaborado por los autores

4.1 Tensiones rasantes

Se calcula τ_w (la tensión rasante sobre la superficie), u^* (la velocidad de fricción) y d (la altura de desplazamiento nulo) (**Cuadro 2**).

Cuadro 2 – Tensión rasante, velocidad de fricción y altura de desplazamiento nulo para cada simulación

	$\overline{\tau_w} \text{ (N/m}^2\text{)}$	$u^* \text{ (m/s)}$	$d \text{ (m)}$
CLIM46	1,86	1,24	0,027
CLIM49	2,28	1,38	0,026

Fuente: elaborado por los autores

4.2 Perfil de velocidad media

En la **Figura 1**, se presenta el perfil de velocidad media en la dirección del flujo para la simulación CLIM46 en escala semilogarítmica. Es evidente que se tiene una región logarítmica que va desde una altura cercana a la de los obstáculos hasta casi la altura del canal, pudiendo apreciarse una mínima estela. En base al ajuste logarítmico, y usando los valores hallados de forma independiente de u^* y d , se puede encontrar el valor que tiene la constante de von Karman (κ) y la longitud de rugosidad (z_o) en cada simulación (**Cuadro 3**).

Cuadro 3 – Constante de Von Karman y longitud de rugosidad para cada simulación

	κ	z_o (m)
CLIM46	0,71	5,1e-4
CLIM49	0,80	0,80 3,3e-4

Fuente: elaborado por los autores

Ambos valores obtenidos de $_$ son altos, si se toma en cuenta que la constante de von Karman varía entre 0,33 y 0,43 (BAILEY et al., 2014).

Por otra parte, los valores de z_o son casi un orden de magnitud menores que los esperados, siendo el de la simulación CLIM46 más cercano al valor predicho; seis veces menor.

4.3 Turbulencia

Se calculó el valor σ_u/u^* , σ_v/u^* y σ_w/u^* de inmediatamente encima de los obstáculos y se comparó con los datos en Raupach, Antonia y Rajagopalan (1991). **Cuadro 4** presenta la comparación de dichos valores.

Cuadro 4 – Nivel de turbulencia adimensionada inmediatamente encima de los obstáculos

	CLIM46	CLIM49	Bibliografía
$\frac{\sigma_u}{u^*} _{w_0}$	2	2	2
$\frac{\sigma_v}{u^*} _{w_0}$	1,3	1,5	1,4
$\frac{\sigma_w}{u^*} _{w_0}$	1,05	1,2	1,1

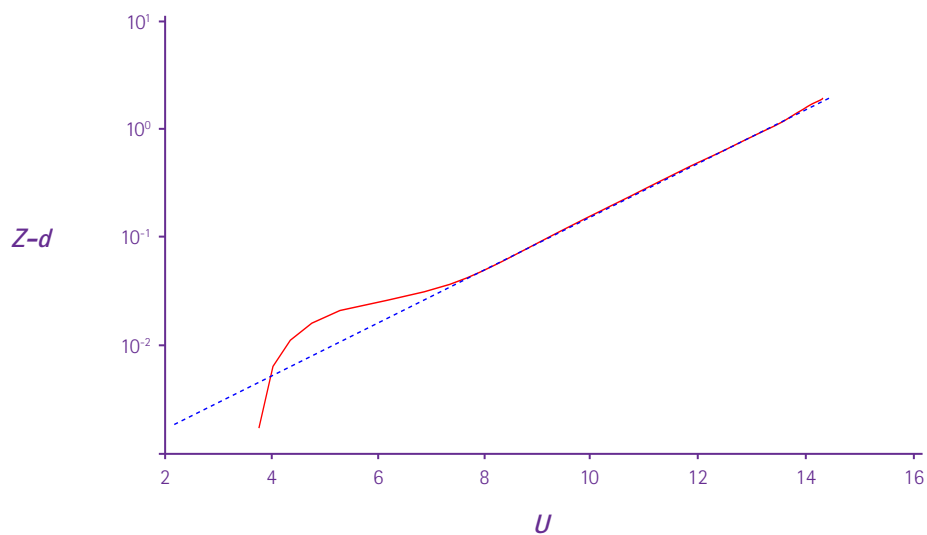
Fuente: elaborado por los autores

Los valores en la simulación CLIM46 se corresponden de mejor manera con la bibliografía.

4.4 Producción y disipación de energía cinética turbulenta

El balance entre producción y disipación de energía cinética turbulenta que debería darse en la zona logarítmica no se verifica, como se puede observar en la **Figura 2** para la simulación CLIM49. En la simulación CLIM46 la diferencia entre producción y disipación es un orden de magnitud mayor.

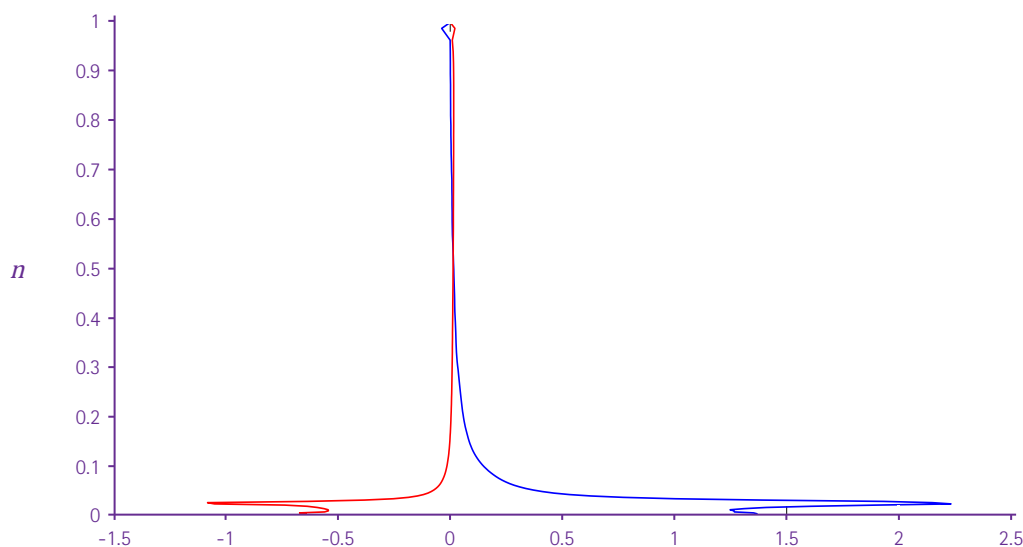
Figura 1 - Velocidad media en altura (escala semilogarítmica)



Fuente: Elaborado por los autores

La energía cinética turbulenta producida debe disiparse por algún mecanismo, ya que si esto no sucede, se estaría acumulando y la simulación sería divergente, lo cual no sucede. O sea que en ambas simulaciones la energía producida se disipa de alguna manera. Un razonamiento que explicaría este desbalance, es que el término de disipación calculado a partir de la viscosidad turbulenta no toma en cuenta la disipación numérica que introduce el modelo. La simulación CLIM46 se hizo con un coeficiente de blending de 0,7 y la CLIM49 con 0,95. Cuando el valor del coeficiente de blending es mayor, el esquema es menos disipativo, y, por lo tanto, la viscosidad que introduce el modelo de tensiones residuales actúa en mayor medida y como resultado la disipación calculada aumenta. En resumen, en base a lo discutido previamente, se sospecha que el modelo introduce una viscosidad numérica elevada. Esto traería como consecuencia que el modelo de subgrilla no estaría actuando como tal y no se tendría control sobre el "modelo" de subgrilla que realmente se está utilizando.

Figura 2 – Producción y disipación de energía cinética turbulenta en altura. CLIM49



Fuente: Elaborado por los autores

5 Conclusiones

El esquema utilizado para simular una capa límite sobre una superficie rugosa arrojó resultados cualitativamente satisfactorios y en algunos aspectos, también en términos cuantitativos. El cálculo de la altura de desplazamiento nulo resulta en un valor algo menor al esperado. El perfil de velocidad media en altura, tiene evidentemente una región logarítmica en ambas simulaciones. Un ajuste de los parámetros permitió calcular la longitud de rugosidad z_0 y la constante de Von Karman. Los valores de z_0 son algo menores a los esperados y los de algo mayores. Los niveles de turbulencia son correctamente reproducidos en ambas simulaciones siendo el comportamiento de la simulación CLIM46 algo mejor en la medida que z aumenta. En la subcapa rugosa el campo de velocidad media tiene cualitativamente un comportamiento correcto. La producción de energía cinética turbulenta es reproducida de buena manera, como es de esperar, ya que el campo de velocidad medio y las tensiones rasantes fueron bien reproducidas. La disipación no está en balance con la producción en la región logarítmica en ninguna de las simulaciones, tal como debería ocurrir. Este desbalance es un orden de magnitud menor en la simulación CLIM49 que en la CLIM46. Esto se puede explicar porque el efecto del aumento del coeficiente de blending es disminuir la disipación numérica. Se concluye que el código impone una viscosidad numérica que es mayor a la que impone el modelo, lo cual constituye un problema, ya que si esto sucede, el modelo de viscosidad turbulenta no estaría actuando como tal y no se tendría control sobre como se disipa la energía.

Los problemas registrados con la disipación podrían solucionarse aumentando el paso de la malla. Por razones de tiempo de cálculo y capacidades necesarias no se juzgo pertinente usar una malla mas fina. Formalmente se debería haber repetido las simulaciones con mallas mas finas para analizar la independencia de la simulación con el paso de la malla. Este aspecto deberá ser considerado en futuros trabajos.

6 Referencias

BAILEY, S. C. C.; VALLIKIVI, M.; HULTMARK, M.; SMITS, A. J. Estimating the value of von kármán's constant in turbulent pipe flow. *Journal of Fluid Mechanics*, v. 749, p. 79–98, 2014. ISSN 1469-7645. doi:10.1017/jfm.2014.208.

BANDYOPADHYAY, P. R. Rough-wall turbulent boundary layers in the transition regime. *Journal of Fluid Mechanics*, v. 180, p. 231–266, 1987. doi:10.1017/S0022112087001794.

BHAGANAGAR, K.; KIM, J.; COLEMAN, G. Effect of roughness on wall-bounded turbulence. *Flow, Turbulence and Combustion*, v. 72, n. 2, p. 463–492, 2004. ISSN 1573-1987. doi:10.1023/B:APPL.0000044407.34121.64.

COCEAL, O.; DOBRE, A.; THOMAS, T. G.; BELCHER, S. E. Structure of turbulent flow over regular arrays of cubical roughness. *Journal of Fluid Mechanics*, v. 589, p. 375–409, 2007. doi:10.1017/S002211200700794X.

COCEAL, O.; THOMAS, T.; CASTRO, I.; BELCHER, S. Mean flow and turbulence statistics over groups of urban-like cubical obstacles. *Boundary-Layer Meteorology*, v. 121, n. 3, p. 491–519, 2006. ISSN 0006-8314. doi:10.1007/s10546-006-9076-2.

COLEBROOK, C. F.; WHITE, C. M. Experiments with fluid friction in roughened pipes". *Proceedings of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, v. 161, n. 906, p. 367–381, 1937. ISSN 0080-4630. doi:10.1098/rspa.1937.0150.

INAGAKI, A.; KANDA, M.; AHMAD, N. H.; YAGI, A.; ONODERA, N.; AOKI, T. A numerical study of turbulence statistics and the structure of a spatially-developing boundary layer over a realistic urban geometry. *Boundary-Layer Meteorology*, v. 164, n. 2, p. 161–181. ISSN 1573-1472, 2017. doi:10.1007/s10546-017-0249-y.

JIMÉNEZ, J., Turbulent flows over rough walls". *Annual Review of Fluid Mechanics*, v. 36, n. 1, p. 173–196, 2004. doi:10.1146/annurev.fluid.36.050802.122103.

KROGSTAD, P.; ANTONIA, R. A.; BROWNE, L. W. B. Comparison between rough- and smooth-wall turbulent boundary layers. *Journal of Fluid Mechanics*, v. 245, p. 599–617, 1992. doi:10.1017/S0022112092000594.

LEONARDI, S.; ORLANDI, P.; SMALLEY, R. J.; DJENIDI, L.; ANTONIA, R. A. Direct numerical simulations of turbulent channel flow with transverse square bars on one wall. *Journal of Fluid Mechanics*, v. 491, p. 229–238, 2003. doi: 10.1017/S0022112003005500.

NIKURADSE, J. *Laws of flow in rough pipes*. [S.l.]: VDI Forschungsheft, 1933. 361 p.

PERRY, A. E.; JOUBERT, P. N. Rough-wall boundary layers in adverse pressure gradients. *Journal of Fluid Mechanics*, v. 17, n. 2, p. 193–211, 1963. doi:10.1017/S0022112063001245.

PESKIN, C. S. The immersed boundary method. *Acta Numerica*, v. 11, p. 479–517, 2002. doi: 10.1017/S0962492902000077.

RAUPACH, M.; ANTONIA, R.; RAJAGOPALAN, S. Rough-wall turbulent boundary layers. *Applied Mechanics Reviews*, v. 44, n. 1, p. 1–25, 1991. doi:10.1115/1.3119492.

TACHIE, M. F.; BERGSTROM, D. J.; BALACHANDAR, R. Rough wall turbulent boundary layers in shallow open channel flow. *Journal of Fluids Engineering*, v. 122, p. 533–541, 2000. doi:10.1115/1.1287267.

THOM, A. S. Momentum absorption by vegetation. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, v. 97, n. 414, p. 414–428, 1971. ISSN 1477-870X. doi:10.1002/qj.49709741404.

USERA, G.; VERNET, A.; FERRÉ, J. A. A parallel block-structured finite volume method for flows in complex geometry with sliding interfaces. *Flow, Turbulence and Combustion*, v. 81, n. 3, p. 471–495, 2008. ISSN 1573-1987. doi:10.1007/s10494-008-9153-3.