

# Medição do raio médio de uma circunferência utilizando técnicas de processamento de imagem

*Measurement of the circumference mean radius using image processing techniques*

Gabriel Borelli Martins<sup>a\*</sup>, Marcelo Tadao Saita<sup>b</sup>

a Laboratório de Vazão, Instituto de Pesquisas Tecnológicas do Estado de São Paulo S.A., São Paulo-SP, Brasil.

b Laboratório de Metrologia Mecânica, Instituto de Pesquisas Tecnológicas do Estado de São Paulo S.A., São Paulo-SP, Brasil.

\*E-mail: gborelli@ipt.br

Palavras-chave:  
processamento de imagem;  
metrologia; OpenCV.

Keywords:  
*image processing; metrology;  
OpenCV.*

## Resumo

Neste trabalho, é apresentado um caso simples de medição do raio de uma circunferência impressa em uma folha de papel sulfite A4 por meio de técnicas de processamento digital de imagens com a biblioteca OpenCV. Foram utilizadas dezessete fotos distintas, a partir das quais foram obtidos 136 raios médios diferentes. O procedimento adotado mostrou-se repetitivo, com desvio padrão de aproximadamente 0,4 % do valor do raio médio. O raio médio encontrado foi bastante próximo do raio desenhado e impresso, com erro de aproximadamente 0,5 %. É importante mencionar que a impressão da circunferência apresenta incertezas em relação ao desenho, feito em *software* de CAD. Não foi feita nenhuma determinação mais cuidadosa da incerteza do raio da circunferência impresso, mas uma estimativa grosseira, baseada nas divisões do paquímetro e na espessura da linha, permite dizer que a incerteza é da ordem de 0,8 % do raio, desenhado com 30 mm.

## Abstract

*In this paper, the measurement of the mean radius of a circumference drawn on a A4 paper sheet was performed using image processing techniques available on the OpenCV package. Seventeen distinct pictures were taken, from which 136 different mean radiuses were obtained. The adopted procedure produced repetitive results with standard deviation of 0.4 % of the mean radius value. The mean radius obtained with the procedure presented an error of 0.5 % compared to the nominal value printed on the sheet. It is important to mention that uncertainties are associated to the printed circumference. No careful investigation of those uncertainties was carried out, but considering the caliper used for the measurements and the thickness of the circumference line, an estimative of the expanded uncertainty is 0.8 % of the nominal value of the 30 mm drawn radius.*

## 1 Introdução

Técnicas de processamento de imagem têm sido cada vez mais exploradas em diversas áreas com a explosão da utilização de algoritmos de visão computacional, inseridos em um contexto de mudanças significativas nos métodos de produção e na integração de toda a cadeia produtiva, algo que é tratado como a quarta Revolução Industrial ou Indústria 4.0.

A metrologia também está inserida neste processo e passará por uma transformação. Na realidade, a transformação já está em curso no mundo todo. Sendo assim, em 2019, o Centro de Metrologia Mecânica, Elétrica e de Fluidos (CTMETRO) do Instituto de Pesquisas Tecnológicas do Estado de São Paulo S.A. (IPT), formou um grupo que pretende, de forma sistemática e contínua, explorar a utilização de técnicas de processamento de imagem e de visão computacional em problemas relativos à área metrológica.

Este trabalho traz um dos primeiros estudos realizados após a formação deste grupo. Tem como objetivo analisar um caso simples de medição do raio de uma circunferência, impressa em uma folha de papel sulfite A4, por meio de imagens digitais. Foram empregadas técnicas corriqueiras de processamento de imagem, para realizar medições do raio médio de uma circunferência em 17 fotografias distintas, procurando encontrar limitações no procedimento adotado e verificar a repetibilidade do método.

## 2 Técnicas de processamento de imagem empregadas

Nesta seção, serão descritas, de forma bastante sucinta, as técnicas de processamento de imagem utilizadas com o objetivo de determinar o raio médio de uma circunferência desenhada em uma folha de papel sulfite A4.

As fotos (mostradas na Figura 1 da seção 3) foram tiradas com a câmera posicionada em locais diferentes. Em primeiro lugar, é necessário determinar os parâmetros da câmera para a correção das distorções. Dois tipos principais de distorções podem ser observados: radiais e tangenciais.

Outros tipos de distorções existem, mas neste caso são menos significativos.

As distorções radiais são responsáveis pelas deformações que observamos com maiores intensidades próximas da borda da imagem, em que linhas retas parecem curvadas. Este tipo de deformação pode ser corrigido por meio de uma aproximação polinomial mostrada na **Equação 1** e na **Equação 2** (documentação da biblioteca OpenCV).

$$x_{\text{corrigido}} = x (1 + k_1 r^2 + k_2 r^4 + k_3 r^6) \quad (1)$$

$$y_{\text{corrigido}} = y (1 + k_1 r^2 + k_2 r^4 + k_3 r^6) \quad (2)$$

Em que:

$x_{\text{corrigido}}$  = coordenada x corrigida

$y_{\text{corrigido}}$  = coordenada y corrigida

$r$  = distância radial

$k_1$ ,  $k_2$  e  $k_3$  = parâmetros de distorção radial

As distorções tangenciais, por sua vez, aparecem pelo fato de as lentes não estarem perfeitamente paralelas ao plano da imagem. Sua correção pode ser feita por meio de dois parâmetros, como mostrado nas **Equações 3 e 4** (documentação da biblioteca OpenCV).

$$x_{\text{corrigido}} = x + [2p_1 xy + p_2 (r^2 + 2x^2)] \quad (3)$$

$$y_{\text{corrigido}} = y + [p_1 (r^2 + 2x^2) + 2p_2 xy] \quad (4)$$

Em que:

$x_{\text{corrigido}}$  = coordenada x corrigida

$y_{\text{corrigido}}$  = coordenada y corrigida

$r$  = distância radial

$p_1$  e  $p_2$  = parâmetros de distorção tangencial

Também devem ser considerados os parâmetros extrínsecos e intrínsecos da câmera. Os parâmetros extrínsecos, de forma geral, levam em consideração o posicionamento da câmera em relação ao objeto no mundo real, podendo ser descrito como uma matriz de rotação e um vetor translação. Por outro lado, os parâmetros intrínsecos levam em consideração a distância focal e o centro óptico, dado pela matriz da Equação 5.

$$k = \begin{bmatrix} f_x & 0 & c_x \\ 0 & f_y & c_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

Em que:

$f_x$  e  $f_y$  = distâncias focais em pixels

$c_x$  e  $c_y$  = centros ópticos em pixels

A função *undistort* da biblioteca OpenCV utiliza os parâmetros de distorção mencionados anteriormente ( $k_1, k_2, k_3, p_1$  e  $p_2$ ), em conjunto com a matriz da câmera (intrínseca), para corrigir a imagem. Para a obtenção de todos os parâmetros e das matrizes utilizadas na correção, são tiradas diversas fotos de um padrão conhecido. Neste trabalho, foi utilizado um padrão quadriculado (vide Figura 2 da seção 3). Essa etapa preliminar é necessária, uma vez que a relação entre a dimensão real (em mm) e a dimensão em pixels será utilizada na determinação do raio médio da circunferência.

Antes de identificar os contornos da imagem, foi aplicado um filtro para suavização de eventuais ruídos e um algoritmo de detecção de borda.

Para suavização, foi utilizado um filtro gaussiano. Filtros baseados em parâmetros estatísticos, tal qual o filtro gaussiano empregado, são filtros espaciais não lineares (GONZALES; WOODS; SCHMID, 2008). Filtros gaussianos seguem uma distribuição normal, sendo que o desvio padrão foi deixado livre para variar de acordo com o tamanho, em pixels, do filtro empregado. Filtros gaussianos tendem a borrar menos as imagens do que filtros lineares, uma vez que, dão maior peso aos pixels centrais.

O algoritmo de detecção de borda utilizado foi o algoritmo de Canny. A primeira etapa do algoritmo consiste no cálculo dos gradientes nas duas direções,  $x$  e  $y$ , por meio dos operadores de Sobel (GONZALES; WOODS; SCHMID, 2008). Em seguida, a magnitude e a direção dos vetores gradiente são calculadas. A partir de dois limiares, um inferior e um superior, as bordas são encontradas. Caso a magnitude do vetor gradiente seja maior do que o limiar superior, a região é tratada como borda. Caso a magnitude esteja entre os dois limiares, o algoritmo irá verificar se a região está conectada com uma outra borda e, em caso afirmativo, a região em análise também será tratada como borda (documentação do OpenCV).

### 3 Metodologia

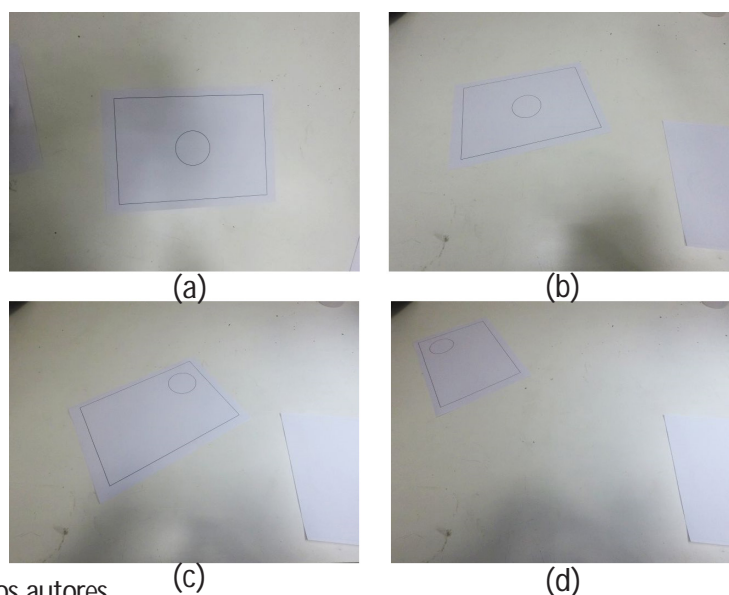
A circunferência foi impressa com espessura da linha de 0,5 mm e diâmetro médio de 60 mm. Obviamente, a impressão apresenta incertezas. Uma estimativa bastante simplificada foi realizada. O diâmetro médio foi medido 30 vezes com auxílio de um paquímetro. Pontos distintos foram utilizados no processo de medição. A resolução do paquímetro utilizado era de 0,05 mm. Com isso, obteve-se raio médio de 30,01 mm, com desvio padrão de 0,07 mm e desvio padrão da média de aproximadamente 0,01 mm. A incerteza padrão da média, incluindo a incerteza do tipo A mencionada e a incerteza devido à resolução do instrumento, foi de 0,02 mm.

A partir da análise descrita acima, considerando um intervalo de confiança de 95 %, chega-se à conclusão que se fossem realizadas 30 novas medições, o valor do raio médio da circunferência impressa estaria no intervalo  $(30,01 \pm 0,04)$  mm 95 % das vezes. É importante mencionar que essa é uma análise simplificada. O paquímetro utilizado nas medições não possuía certificado de calibração. Eventuais erros sistemáticos não foram considerados. De qualquer forma, essas medições foram utilizadas para as comparações que serão feitas nos resultados deste artigo.

Quatro imagens originais, das dezessete utilizadas para as análises subsequentes, são mostradas na **Figura 1**. Cada imagem possui dimensão de 640x480 pixels.

A **Figura 1** mostra que algumas fotos foram tiradas com a câmera aproximadamente alinhada com o plano de medição (**Figura 1a**) e outras fotos foram tiradas com certa inclinação entre a câmera e o plano de medição (**Figuras 1b, 1c e 1d**). Em alguns casos, como o mostrado na **Figura 1d**, o objeto de interesse foi colocado propositalmente próximo dos cantos da imagem, locais que apresentam as maiores distorções.

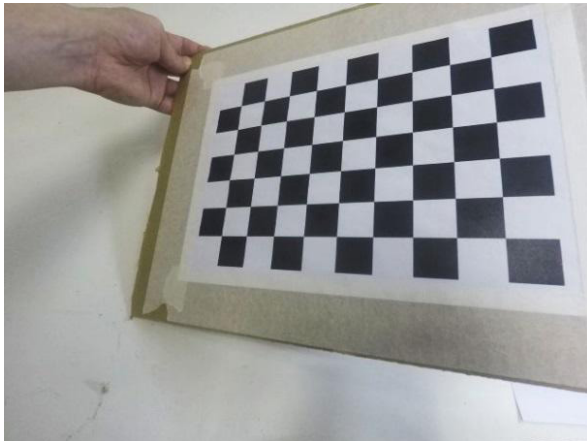
Figura 1 - Quatro imagens originais utilizadas para medição da circunferência.



Fonte: elaborado pelos autores

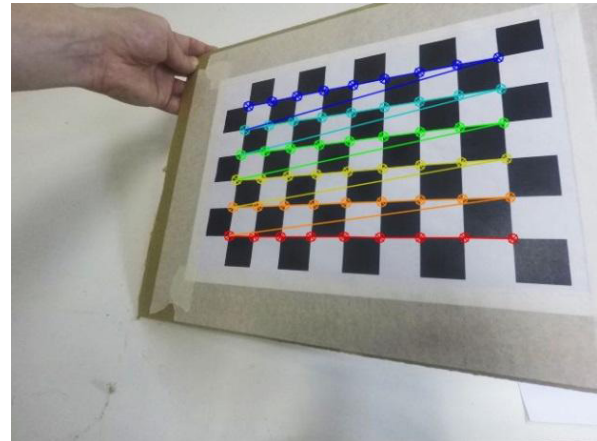
A primeira etapa do processo consistiu na determinação dos parâmetros da câmera para correção das distorções radiais e tangenciais. Para isso, 25 imagens distintas de um padrão quadriculado, como o mostrado na **Figura 2**, foram utilizadas. Os pontos de intersecção entre os quadrados pretos e os quadrados brancos no padrão podem ser identificados em cada imagem, como indicado na **Figura 3**. Como as dimensões dos quadrados são conhecidas, é possível determinar os parâmetros necessários para a correção das distorções.

Figura 2 - Padrão quadriculado utilizado para a determinação dos parâmetros da câmera.



Fonte: elaborado pelos autores

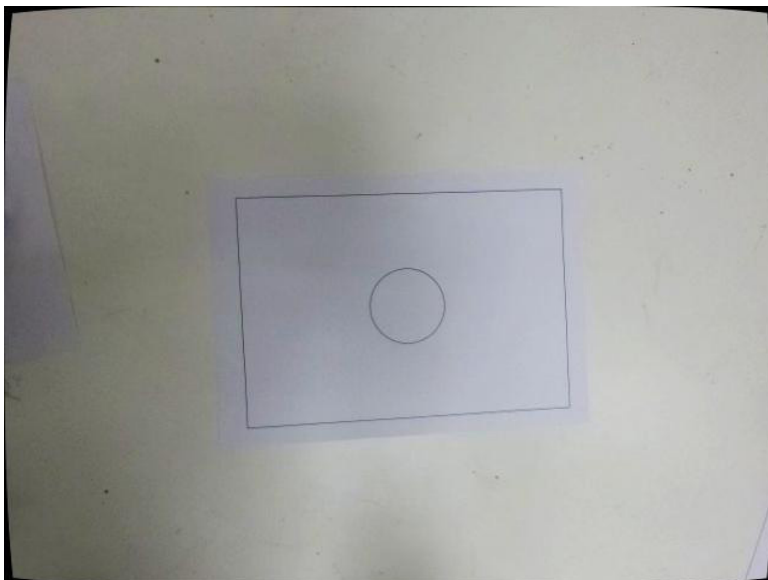
Figura 3 - Pontos de intersecção identificados.



Fonte: elaborado pelos autores

A **Figura 4** corresponde à correção das distorções para a foto mostrada na Figura 1a. A correção é mais perceptível nos cantos da imagem.

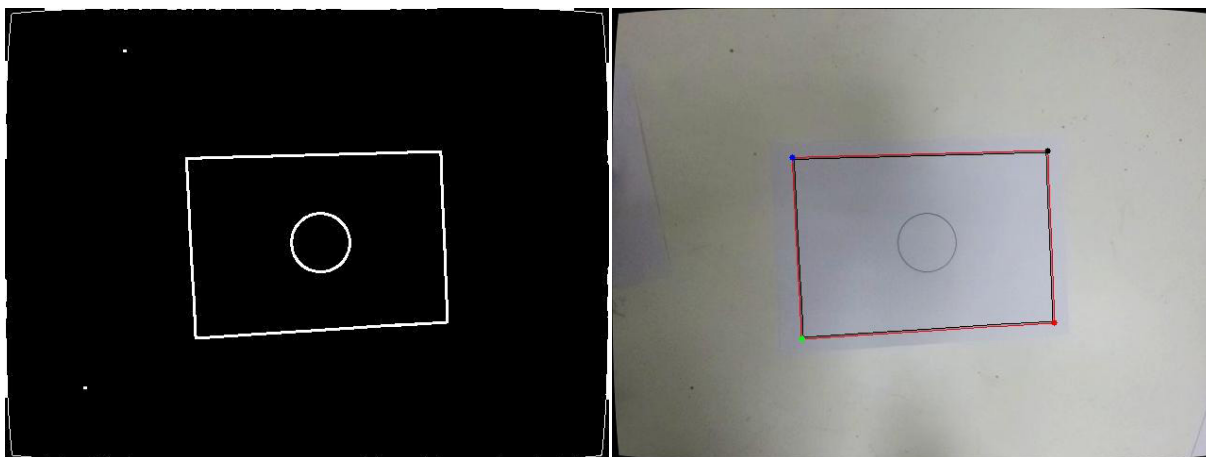
Figura 4 - Imagem da Figura 1a com correção das distorções.



Fonte: elaborado pelos autores

A próxima etapa consiste na identificação da borda externa desenhada na folha de papel. Os vértices desta borda serão empregados na transformação da imagem para que o raio médio da circunferência possa ser medido em verdadeira grandeza. Isso foi feito com auxílio do algoritmo de Canny para detecção de bordas, descrito anteriormente. Em seguida, os contornos foram identificados. As etapas de detecção de bordas e detecção dos vértices do retângulo são mostradas na **Figura 5**.

Figura 5 - Emprego do algoritmo de Canny para detecção de bordas (esq.), e identificação dos vértices do retângulo externo (dir.).



Fonte: elaborado pelos autores

Finalmente, foi aplicada a transformação linear para que a circunferência, desenhada no plano da folha, pudesse ser medida em verdadeira grandeza, como ilustrado na **Figura 6**. Em seguida, foram utilizados os mesmos algoritmos mencionados anteriormente (Canny e detecção de contornos) para a identificação do contorno externo e do contorno interno da circunferência. As dimensões do retângulo externo foram utilizadas para determinar a relação entre a distância física, em milímetros, e a distância em pixels da imagem.

Figura 6 - Imagem do plano com a circunferência em verdadeira grandeza.



Fonte: elaborado pelos autores

Como o algoritmo findContours da biblioteca OpenCV (documentação da biblioteca OpenCV) retorna as coordenadas dos pontos do contorno encontrado, pode-se facilmente calcular o centroide e a distância entre o centroide e cada ponto do contorno, que corresponde ao raio local. O raio médio e o desvio padrão do raio de cada contorno podem ser calculados como indicado na Equação 6 e na Equação 7.

$$\bar{R}_c = \frac{1}{N} \sum_{K=1}^N R_K \quad (6)$$

$$R_{csd} = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{K=1}^N (R_K - \bar{R}_c)^2} \quad (7)$$

Em que:

$R_c$  = raio médio do contorno

$R_{csd}$  = desvio padrão do raio do contorno

$R_k$  = raio local k do contorno

$N$  = número total de pontos no contorno

Deve-se registrar que outras duas técnicas foram empregadas anteriormente, com resultados piores: ajuste de uma circunferência no contorno externo e de uma circunferência no contorno interno para estimar o raio médio (resultado significativamente pior), e determinação do raio médio equivalente a partir da área dos contornos (resultado semelhante ao obtido com o procedimento adotado neste trabalho).



Para encontrar os contornos externo e interno da circunferência, pode-se aplicar um filtro gaussiano antes de detectar e identificar os contornos. O objetivo do filtro, conforme já discutido, é suavizar os contornos, de modo a reduzir possíveis ruídos que possam existir na imagem. Como o filtro aplicado possui tamanho pré-determinado e é simétrico, é de se esperar que os contornos externo e interno sejam afastados dos contornos reais à mesma taxa aproximadamente, de modo que, o raio médio permaneça o mesmo. Este efeito é mostrado na **Figura 7**. A imagem esquerda da Figura 7 corresponde ao caso em que nenhum filtro é aplicado. Já na imagem da direita um filtro gaussiano de dimensão 11x11 foi aplicado. Neste trabalho, a influência do tamanho do filtro é estudada para diferentes posicionamentos da imagem em relação à câmera.

Figura 7 - Contorno externo e interno da circunferência para o caso sem aplicação de filtro para suavização (esquerda), e para o caso com aplicação de filtro gaussiano de dimensão 11x11 (direita).



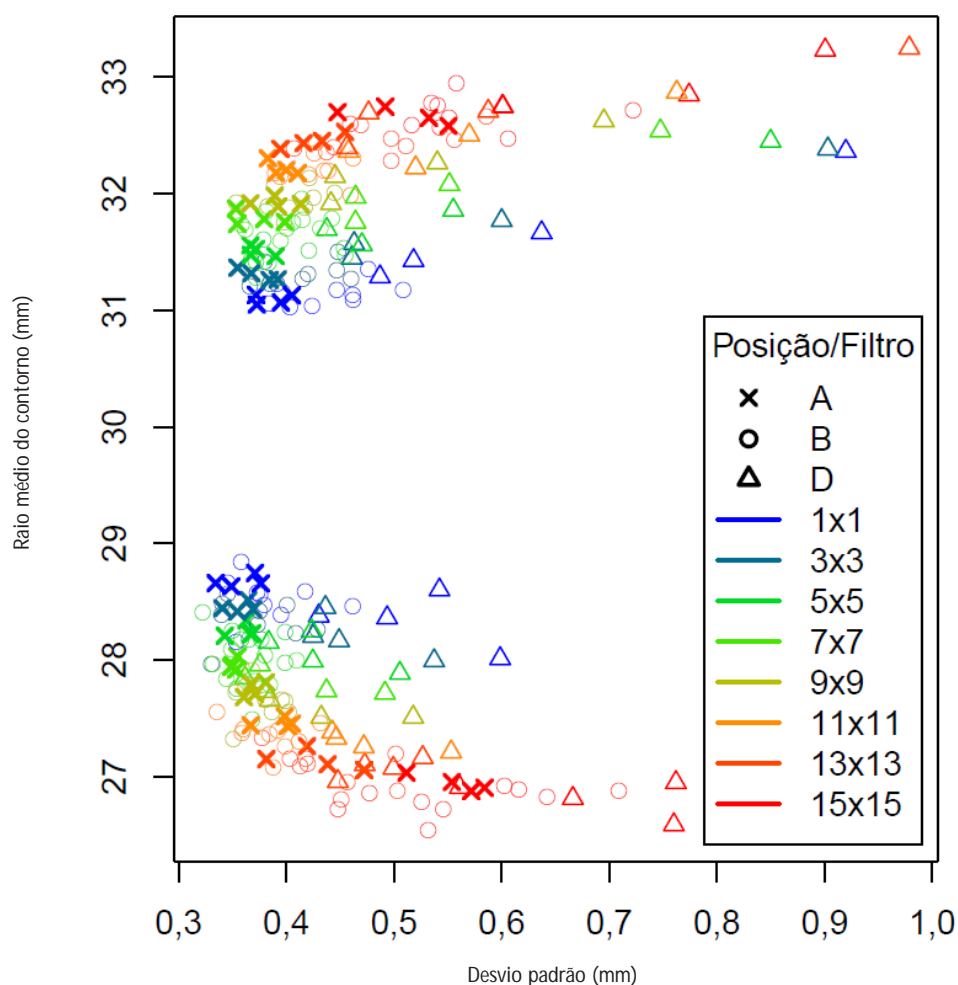
Fonte: elaborado pelos autores

Foram aplicados os casos: sem filtro gaussiano, filtro gaussiano com dimensão 3x3, filtro gaussiano com dimensão 5x5, filtro gaussiano com dimensão 7x7, filtro gaussiano com dimensão 9x9, filtro gaussiano com dimensão 11x11, filtro gaussiano com dimensão 13x13 e filtro gaussiano com dimensão 15x15.

## 4 Resultados

Ao todo foram dezessete imagens analisadas, sendo que foram aplicados, em cada caso, oito filtros gaussianos com tamanhos distintos, conforme discutido na seção anterior. Sendo assim, no total, foram obtidos 136 valores de raio médio do contorno interno e 136 valores de raio médio do contorno externo. Os resultados são mostrados no gráfico da Figura 8.

Figura 8 - Resultados dos raios médios dos contornos externos e dos raios médios dos contornos internos da circunferência.



Fonte: elaborado pelos autores

Conforme visto na Figura 7, o aumento do filtro gaussiano provoca maior separação entre o contorno externo e o contorno interno. Esse comportamento pode ser observado na Figura 8. Cores mais quentes correspondem a filtros espaciais de maiores dimensões e percebe-se o aumento da separação entre os valores dos contornos externos (acima de 30 mm), e os valores dos contornos internos (abaixo de 30 mm) no eixo das ordenadas.

Outra observação importante, que pode ser feita pela análise do gráfico da **Figura 8**, é que as fotos em que o objeto em estudo estava muito próximo do canto da imagem, com a câmera inclinada em relação ao plano de medição (posição D, marcada com triângulos na **Figura 8**, correspondente a imagens como a mostrada na **Figura 1d**), apresentaram maior variação no raio dos contornos. A posição A corresponde ao objeto em estudo centralizado com a lente da câmera aproximadamente paralela ao plano de medição, ao passo que a posição B corresponde ao objeto em estudo levemente deslocado para uma das laterais com a câmera inclinada em relação ao plano de medição.

A partir das 136 medidas de raio médio dos contornos externos e das 136 medidas de raio interno dos contornos internos pôde-se calcular os raios médios da circunferência, como mostra a **Equação 8**.

$$\bar{R} = \frac{(\bar{R}_{ext} + \bar{R}_{int})}{2} \quad (8)$$

Em que:

$\bar{R}$  = raio médio

$\bar{R}_{ext}$  = raio médio do contorno externo

$\bar{R}_{int}$  = raio médio do contorno interno

Os resultados, considerando todas as imagens, são mostrados no histograma da **Figura 9**. O raio médio encontrado foi de 29,84 mm com desvio padrão de 0,13 mm. O desvio padrão da média corresponde ao desvio padrão dividido pela raiz quadrada do número de amostras (136). Sendo assim, o valor do desvio padrão da média para os dados experimentais vale 0,01 mm.

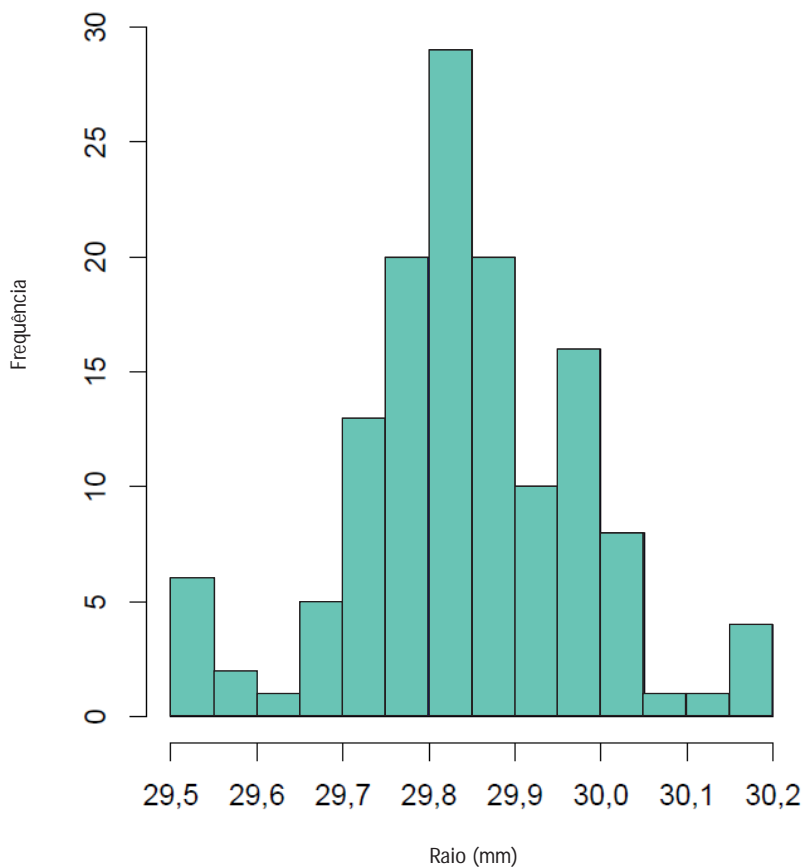
É importante mencionar que, durante o processo, é necessário aplicar um fator de correção de pixel para milímetro. Esse fator, conforme mencionado anteriormente, foi encontrado a partir de um retângulo de dimensão conhecida. Embora não tenha sido realizada nenhuma medição dos lados desse retângulo, como o processo de medição seria o mesmo descrito para a determinação do diâmetro médio impresso, o mesmo instrumento de medição seria utilizado, a mesma impressora foi empregada e a linha impressa possuía a mesma espessura da circunferência, é de se esperar que o desvio padrão da média seja da mesma ordem de grandeza que o determinado anteriormente para o caso da circunferência. Sendo assim, como uma estimativa, o mesmo valor de incerteza padrão da média será empregado (0,02 mm).

Com isso, a incerteza expandida para as medições com câmera digital, considerando um intervalo de confiança de 95 %, vale 0,05 mm. O valor do raio médio vale, portanto, (29,84±0,05) mm.

A princípio, em uma primeira análise, comparando os dados medidos com paquímetro e as medições com câmera digital, há uma pequena diferença no raio médio, da ordem de 0,1 mm. Maiores

investigações são necessárias, sobretudo no que diz respeito à função findContours. É bastante provável que a incerteza do raio médio, com a medição por meio de câmera digital, seja maior do que a aqui reportada. Em primeiro lugar, foram adotadas simplificações no cálculo das incertezas. Em segundo lugar, não foi considerado o efeito da resolução.

Figura 9 - Histograma do raio médio considerando todas as imagens.



Fonte: elaborado pelos autores

## 5 Conclusões

A partir dos resultados obtidos, algumas conclusões puderam ser tiradas:

- o posicionamento da câmera em relação ao objeto a ser medido é bastante importante, sendo que o ideal é trabalhar com a lente paralela ao plano de medição e manter o objeto o mais centralizado possível, evitando assim as bordas, que apresentam as maiores deformações (embora as distorções tenham sido corrigidas por meio da calibração da câmera);
- quando se deseja medir dimensões médias e não contornos externos e/ou internos, pode-se aplicar um filtro gaussiano de maior dimensão (para o caso estudado filtros até 11x11 para o caso centralizado apresentaram bons resultados) de modo a reduzir ruídos que possam existir nos contornos da imagem. A suavização exagerada também prejudica a identificação das bordas;
- o procedimento apresentou bons resultados para medições no mesmo plano em que foi feita a transformação para verdadeira grandeza;
- a estimativa do raio médio por meio das medições com uma câmera digital, empregando-se a metodologia adotada neste artigo, ficou da ordem de 0,1 mm abaixo da estimativa feita a partir das medições com um paquímetro. É provável que a incerteza relativa à medição com a câmera digital seja maior do que a aqui reportada, uma vez que não foram considerados possíveis efeitos da resolução e foram feitas simplificações no cálculo das incertezas. Além disso, maiores investigações são necessárias para investigar possíveis erros sistemáticos e;
- os resultados encontrados foram repetitivos. A maior parte da incerteza encontrada diz respeito à conversão de pixels para milímetros.

## 6 Referências

DOCUMENTAÇÃO DA BIBLIOTECA OPENCV. Consulta geral a homepage. Disponível em: <https://docs.opencv.org>. Acesso em: 20 fev. 2020.

GONZALES, Rafael C.; WOODS, Richard E.; SCHMID, Steven R. *Elaborazione delle immagini digitali*. Pearson Prentice Hall, 2008. 820 p.

DOI 10.34033/2526-5830-v4n14-2

